**Введение.** Математическая модель циркуляции жидкости в водоеме основана на системе полных нелинейных уравнений гидротермодинамики и включает уравнения движения, статики, неразрывности, переноса тепла, а также уравнение состояния [1]. В настоящей работе будет рассматриваться только система уравнений движения для определения горизонтальных компонент *u* и *v* вектора скорости. Она может быть записана в виде:



Система уравнений рассматривается в трехмерной области



где  – двумерная область, расположенная в плоскости  (зеркало водоема), функция  описывает рельеф дна. Система дополняется следующими граничными



 

и начальными условиями:



В модели - приняты обозначения: *u* и *v* – компоненты горизонтального вектора скорости течений, соответствующие осям *x* и y;  – давление на невозмущенной поверхности ; ,  – плотность и ее среднее значение;  и  – члены, отвечающие за адвективный перенос и горизонтальную диффузию;  – параметр Кориолиса;  – коэффициент вертикальной турбулентной вязкости;  – вектор внешней нормали к боковой вертикальной границе области ;  – компоненты касательного напряжения трения ветра. В присутствуют интегральные скорости:



а в принимается параметризация придонного трения следующего вида:



Общепринятый метод расчета скорости течений в задачах циркуляции жидкости в водоеме использует представление вектора горизонтальной скорости в виде суммы баротропной (интегральной) и бароклинной составляющих [1]:



где  – баротропные компоненты,  – бароклинные компоненты, *U* и *V* определяются формулами .

В работе [2] приводится разностная схема для расчета баротропной компоненты скорости. В настоящей работе будет разработана разностная схема для расчета бароклинной компоненты скорости.

**Разностная схема для бароклинной компоненты.** Для удобства перепишем систему уравнений - в комплексной форме:



где

, , .

Разностную схему для уравнения построим в два этапа. На первом этапе выполним аппроксимацию по переменной , а на втором – по .

Для аппроксимации уравнения по временной переменной используем однопараметрическое семейство разностных схем. Пусть  – шаг по времени, а  – текущий временной слой. Учет первого слагаемого в правой части будем считать неявным, а второе слагаемое будем рассматривать в момент времени . Тогда уравнение можно переписать в следующем виде:



где  – оператор разностного дифференцирования,  – оператор осреднения с параметром .

Обратимся к аппроксимации уравнения по координате *z*. Аппроксимацию построим с использованием проекционного варианта интегро-интерполяционного метода (ПВИИМ) [3]. C этой целью рассмотрим, вообще говоря, неравномерную сетку  с шагами  и числом узлов , зависящим от фиксированной горизонтальной координаты  как от параметра. Умножим уравнение на произвольную тестовую функцию  и проинтегрируем полученное уравнение по сеточной ячейке . При этом, используя формулы интегрирования по частям, перебросим производные по переменной  с функции  на функцию . В итоге получим следующее интегральное тождество:



Функцию  на каждой сеточной ячейке  будем выбирать так, чтобы обнулить интеграл , т.е. в виде функции . Рассмотрим две различные тестовые функции  и , удовлетворяющие условиям:

; .

Такие функции легко отыскать:

.

Полагая в  и заменяя в интегралах значения функции  в сеточной ячейке ее значением на левой границе, получим:



Аналогично, подставляя в  и заменяя в интегралах значения функции  ее значением на правой границе, получим:



Складывая уравнения и , заменив в  на , получим разностные уравнения для аппроксимации уравнения во внутренних узлах сетки:



где .

Полагая в  и используя краевые условия для вычисления значения , получим уравнение для аппроксимации левого краевого условия:



Аналогично, полагая в  и используя краевые условия для вычисления значения , получим уравнение для аппроксимации правого краевого условия:



Рассмотрим вспомогательную функцию , которая является решением следующей задачи, отличающейся от - только отсутствием величин  в правой части:







Можно доказать (это будет сделано ниже), что бароклинная компонента функции  совпадает с бароклинной компонентой функции :



**Литература**

1. Марчук Г.И., Саркисян А.С. Математическое моделирование циркуляции океана. -Москва: Наука, 1988.-302 с.
2. Ссылка на статью в Вестнике КРСУ.
3. Скляр С.Н. О дискретизации задач с пограничным слоем при помощи одного проекционного варианта метода интегральных тождеств. I. Несамосопряженное уравнение, первая краевая задача // Изв. АН Киргизской ССР. Физ.-техн. и матем. науки. -1988. -№ 4. -С. 10-23; II. Несамосопряженное уравнение, третья краевая задача // Там же, -1989. -№ I. -С. 3-10. III. Самосопряженное уравнение // Там же, -1989. -№ 4. -С. 3-11.